වාරය - 1

ශ්‍රේණිය :12	විෂයය :තොරතුරු හා සන්නිවේදන තාක්ෂණය	පාඩම : 4.2 බූලීය වීජ ගණිතයේ නීති හා කානෝ සිතියම් මගින් සුළු කිරීම

බූලීය වීජ ගණිතයේ නීති / බූලීය න්‍යායයන්

- බූලීය ප්‍රකාශයක් සුළු කිරීම මගින් තාර්කික පරිපථයක් ගොඩනැගීම සඳහා අවශ්‍ය කරන පියවර ගණන , තාර්කික ද්වාර ගණන අඩු කර ගත හැක.
- බොහෝ බූලීය න්‍යාය වල ගුණිත සහ ආකලන යනුවෙන් ආකාර 2 කි.
  - ගුණිත ආකාරයේදී බූලීය විචල්‍යයන් එකිනෙක වැඩි වේ.
  - ආකලන ආකාරයේදී බූලීය විචල්‍යයන් එකිනෙක එකතු වේ

බූලීය න්‍යායයන්

1) තදේවභාවී න්‍යාය (Idemponent Law)

A.A=A		
A	A	A.A
0	0	0
1	1	1

A+A=A		
A	A	A+A
0	0	0
1	1	1

$\bar{A}.\bar{A}=\bar{A}$		
$\bar{A}$	$\bar{A}$	
0	0	0
1	1	1

$\bar{A}+\bar{A}=\bar{A}$		
$\bar{A}$	$\bar{A}$	$\bar{A}$
0	0	0
1	1	1

2) සාර්ව සාම්‍ය න්‍යාය (Identity Law)

A.1=A		
A	1	A.1
0	1	0
1	1	1

A.0=0		
A	0	A.0
0	0	0
1	0	0

0+A=A		
A	0	A+0
0	0	0
1	0	1

1+A=1		
A	1	A+1
0	1	1
1	1	1

3) ප්‍රතිලෝම න්‍යාය (Inverse/complement Law)

ගුණිත ආකාරය (Multiplication Form) ප්‍රතිලෝම ආකාරය (Adding Form)

A.$\bar{A}$=0		
A	$\bar{A}$	A.$\bar{A}$
0	1	0
1	0	0

A+$\bar{A}$ = 1		
A	$\bar{A}$	A.$\bar{A}$
0	1	1
1	0	1

4) ඩිමෝර්ගන් න්‍යාය (De morgon's Law)

- ගණිතඥයෙකු වූ ඩි මෝර්ගන් නැමැත්තා මෙම න්‍යාය දෙවර්ගය හඳුන්වා දෙන ලදී.
- මෙය විචල්‍ය කාණ්ඩයක් සඳහා පොදු නාස්තයර්ථයක් ඇති විට සුළු කිරීමට භාවිතා කරයි.

සැකසුම: බප/මිනු ඩඩිලි සේනානායක ම.වි (ඒ.ඒ.එල් සජීවනී විජේසේන)

ගුණිත ආකාරය (Multiplication Form)								ප්‍රතිලෝම ආකාරය (Adding Form)						
$\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$								$\overline{A+B} = \overline{A}.\overline{B}$						
A	B	A.B	$\overline{A.B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}+\overline{B}$		A	B	A+B	$\overline{A+B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}.\overline{B}$
0	0	0	1	1	1	1		0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1		0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1		1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0		1	1	1	0	0	0	0

5) ද්විත්ව ප්‍රතිලෝම න්‍යාය (Double complement Law)

$A = \overline{\overline{A}}$		
A	$\overline{A}$	$\overline{\overline{A}}$
0	1	0
1	0	1

6) න්‍යාදේශ න්‍යාය

ගුණිත ආකාරය (Multiplication Form)					ප්‍රතිලෝම ආකාරය (Adding Form)			
$AB = BA$					$A + B = B + A$			
A	B	A.B	B.A		A	B	A+B	B+A
0	0	0	0		0	0	0	0
0	1	0	0		0	1	1	1
1	0	0	0		1	0	1	1
1	1	1	1		1	1	1	1

7) සංඝටන න්‍යාය (Multiplicative Law)

ගුණිත ආකාරය (Multiplication Form)							ප්‍රතිලෝම ආකාරය (Adding Form)						
A(BC)=(AB)C							A + (B + C) = (A + B) + C						
A	B	C	B.C	A.B	A(B.C)	(A.B)C	A	B	C	B+C	A+B	A+(B+C)	(A+B)+C
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

8) විභේදන න්‍යාය (Distributive Law)

A (B+C) = AB+AC							
A	B	C	B+C	A.B	A.C	A(B+C)	A.B+A.C
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

9) සමතිරික්තතා න්‍යාය (Redundancy Law)

ආකාර 01					ආකාර 02					
A + AB =A					$A+\overline{A}B = A+B$					
A	B	A.B	A+A.B		A	B	$\overline{A}$	$\overline{A}B$	$A+\overline{A}B$	$A+B$
0	0	0	0		0	0	1	0	0	0
0	1	0	0		0	1	1	1	1	1
1	0	0	1		1	0	0	0	1	1
1	1	1	1		1	1	0	0	1	1

1

බූලීය ප්‍රකාශ නිරූපණය කිරීමේ සම්මත ආකාර

Minterms

AND ද්වාරය පමණක් භාවිතයෙන් දෙන ලද ආදාන සමූහයක ප්‍රතිදානය 1 ලෙස ලබා ගැනීමට භාවිතා වේ.
මෙහිදී සෑම ආදාන සංයෝජණයක්ම ගුණිතයන්ගේ ඓක්‍යයක් (SOP)ලෙස නිරූපණය වේ.
උදා -

A	B	C	Minterm
0	0	0	$\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$
0	0	1	$\overline{A}\,\overline{B}C$
0	1	0	$\overline{A}B\overline{C}$
0	1	1	$\overline{A}BC$
1	0	0	$A\overline{B}\,\overline{C}$
1	0	1	$A\overline{B}C$
1	1	0	$AB\overline{C}$
1	1	1	ABC

Maxterm

OR ද්වාරය පමණක් භාවිතයෙන් දෙන ලද ආදාන සමූහයක ප්‍රතිදානය 0 ලෙස ලබා ගැනීමට භාවිතා වේ.
මෙහිදී සෑම ආදාන සංයෝජණයක්ම ඓක්‍යයන්ගේ ගුණිතයක් (POS) ලෙස නිරූපණය
වේ. උදා -

A	B	C	Maxterm
0	0	0	$A+B+C$
0	0	1	$A+B+\overline{C}$
0	1	0	$A+\overline{B}+C$
0	1	1	$A+\overline{B}+\overline{C}$
1	0	0	$\overline{A}+B+C$
1	0	1	$\overline{A}+\overline{B}+C$
1	1	0	$\overline{A}+\overline{B}+C$
1	1	1	$\overline{A}+\overline{B}+\overline{C}$

බූලිය ප්‍රකාශ නිරූපණය කිරීමේ සම්මත ආකාර 2කි.

1) SOP (Sum Of Product) - ගුණිතයන්ගේ ඓක්‍යය
2) POS (Product Of Sum) - ඓක්‍යයන්ගේ ගුණිතය
   මේවා පරිපථ නිර්මාණය සඳහා යොදා ගනී.

SOP (Sum Of Product) - ගුණිතයන්ගේ ඓක්‍යය	POS (Product Of Sum) - ඓක්‍යයන්ගේ ගුණිතය
මෙහිදී ගුණිත පද දෙකක් හො කිහිපයක් බූලීය ආකලනය මගින් එකතු වේ. උදා : $AB+ABC$ $ABC+CDE+\overline{B}C\overline{D}$ $\overline{A}B+\overline{A}B\overline{C}+AC$ $A+\overline{A}\,\overline{B}C+BC\overline{D}$	මෙහිදී එකතු වන පද දෙකක් හෝ කිහිපයක් බූලීය ගුණනය මගින් ගුණ වේ. උදා: $(\overline{A}+B)(A+\overline{B}+C)$ $(\overline{A}+\overline{B}+\overline{C})(C+\overline{D}+E)(\overline{B}+C+D)$ $(A+B)(A+\overline{B}+C)(\overline{A}+C)$ $\overline{A}(\overline{A}+\overline{B}+C)(B+C+\overline{D})$

සැකසුම: බප/මිනු ඩඩ්ලි සේනානායක ම.වි (ඒ.ඒ.එල් සජීවනී විජේසේන)

SOP හා POS එකිනෙක අතර පරිවර්තන

SOP, POSට පරිවර්තනය කිරීම	POS ,SOPට පරිවර්තනය
$F = A.\overline{B} + B.\overline{C} + \overline{A}.C$	$F = (\overline{A}+B).(\overline{B}+C).(A+\overline{C})$
$= \overline{\overline{A.\overline{B} + B.\overline{C} + \overline{A}C}}$ මුළු ශ්‍රිතයේම නැතාර්ථය ලබා ගන්න	$= \overline{\overline{(\overline{A}+B).(\overline{B}+C).(A+\overline{C})}}$ මුළු ශ්‍රිතයේම නාස්තෲර්ථයක් ලබා ගන්න
$= \overline{\overline{A.\overline{B}}.\overline{B.\overline{C}}.\overline{\overline{A}C}}$ ඩි මෝර්ගන් න්‍යාය	$= \overline{\overline{(\overline{A}+B)}+\overline{(\overline{B}+C)}+\overline{(A+\overline{C})}}$ ඩි මෝගන් න්‍යායය
$= \overline{(\overline{A}+\overline{\overline{B}}).(\overline{B}+\overline{\overline{C}})+(\overline{\overline{A}}+\overline{C})}$ ඩි මෝර්ගන් න්‍යාය	$= \overline{(\overline{\overline{A}}\overline{B})+(\overline{\overline{B}}\overline{C})+(\overline{A}\overline{\overline{C}})}$ ඩි මෝගන් න්‍යායය
$= (\overline{A}+B).(\overline{B}+C).(A+\overline{C})$ ද්වි ප්‍රතිලෝම	$= A.\overline{B} + B.\overline{C} + \overline{A}.C$ ද්වි ප්‍රතිලෝම න්‍යායය

SOP හා POS එකිනෙක අතර පරිවර්තන

A	B	C	Z	
0	0	0	0	$A+B+C$
0	0	1	1	$\overline{A}\overline{B}C$
0	1	0	0	$A+\overline{B}+C$
0	1	1	0	$A+\overline{B}+\overline{C}$
1	0	0	0	$\overline{A}+B+C$
1	0	1	1	$A\overline{B}C$
1	1	0	1	$AB\overline{C}$
1	1	1	1	ABC

Maxterm

Minterm

SOPක්‍රමය මත පදනම් වූ බූලීය ප්‍රකාශයක්

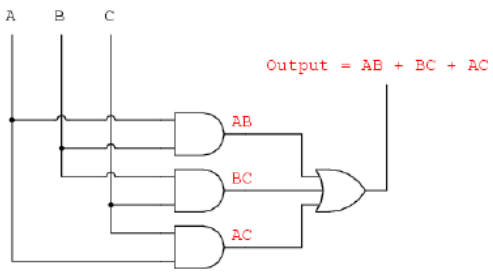
$$Z = \overline{A}\overline{B}C + A\overline{B}C + AB\overline{C} + ABC$$

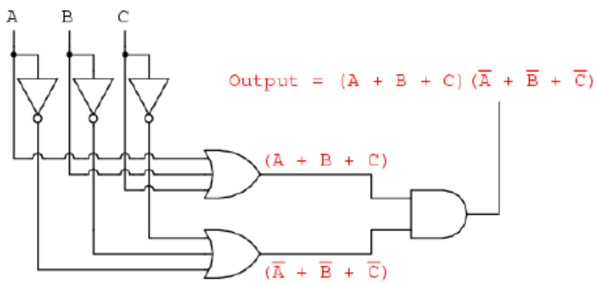
POSක්‍රමය මත පදනම් වූ බූලීය ප්‍රකාශයක්

$$Z = (A+B+C)(A+\overline{B}+C)(A+\overline{B}+\overline{C})(\overline{A}+B+C)$$

SOP ක්‍රමය මත පදනම් වූ තාර්කික ද්වාර පරිපථයක්

POS ක්‍රමය මත පදනම් වූ තාර්කික ද්වාර පරිපථයක්





කානෝ සිතියම් (Karnaugh Map)

- බූලීය ප්‍රකාශ සුළු කිරීමේ විකල්ප ක්‍රමයකි.
- වගුවක කොටු ගණන විචල්‍ය ගණන මත තීරණය වේ.

කෝෂ ගණන$=2^n$ (n යනු විචල්‍ය ගණන යි)

ආදාන ක කානෝ 2 සිතියම

Cell = 2^2 =4

B \ A	0	1
0		
1		

ආදාන ක කානෝ 3 සිතියම

Cell = 2^3 =8

X \ YZ	00	01	11	10
0	m_0	m_1	m_3	m_2
1	m_4	m_5	m_7	m_6

ආදාන ක කානෝ සිතියම4

Cell = 2^4 =16

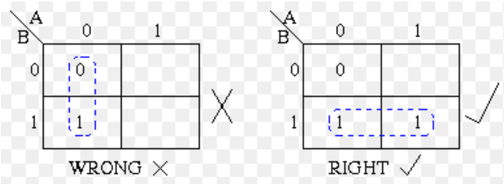
CD \ AB	00	01	11	10
00				
11				
11				
10				

කානෝ සිතියම් ආශ්‍රයෙන් බූලීය ප්‍රකාශයක් සුළු කිරීමේ දී අනුගමනය කළ යුතු නීති රීති.

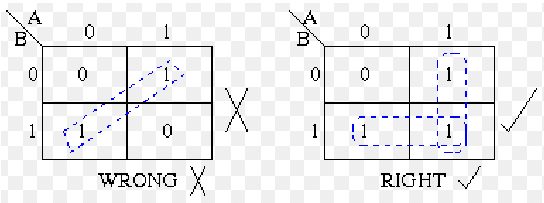
1. එකේ අගයන් සමඟ බින්දු අගයන් කාණ්ඩ කළ නොහැකි ය.
2. විකර්ණ ආකාරයට කාණ්ඩ කළ නොහැකි ය.
3. කාණ්ඩ කළ හැක්කේ දෙකේ ගුණාකාර වශයෙනි
4. එක් කාණ්ඩයක් හැකි උපරිමයෙන් විශාල විය යුතු ය.
5. කිසියම් "1" අගයක් කාණ්ඩ කළ නොහැකි ව තනි ව ඉතිරි වුවහොත් එය වෙන ම කාණ්ඩයක් ලෙස සැලකිය යුතු ය.
6. එක් අගයක් කාණ්ඩ කිහිපයකට අයත් විය හැකි ය.
7. එතීමට(Wrap around) හැකි ය.
8. සාදන කාණ්ඩ ගණන හැකි තාක් සීමා කළ යුතු ය.

<u>බූලීය ප්‍රකාශන සුළු කිරීමේදී අනුගමනයකළ යුතු රීති</u>

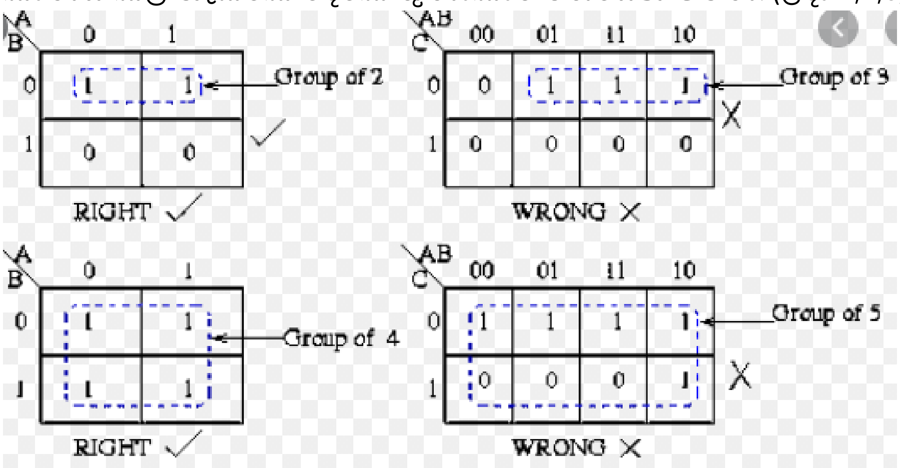
1) එකේ අගයයන් සමඟ බින්දු අගයයන් කාණ්ඩ කළ නොහැක.



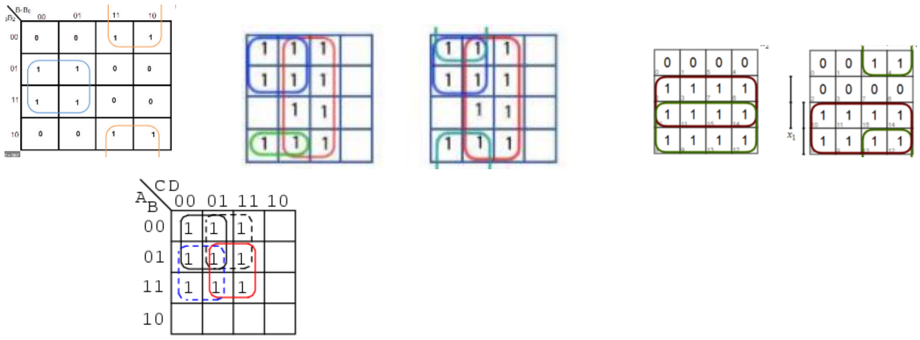
2) විකර්ණ ආකාරයට කාණ්ඩ කළ නොහැක



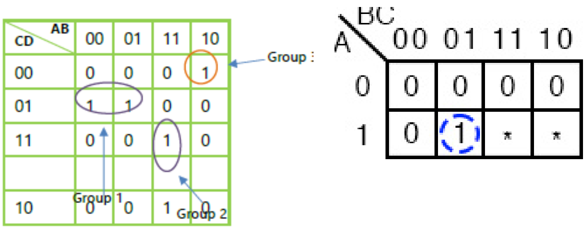
3) කාණ්ඩ කළ හැක්කේ දෙකේ ගුණාකාර වශයෙන් පමණි. (උදා 2,4,8,16)



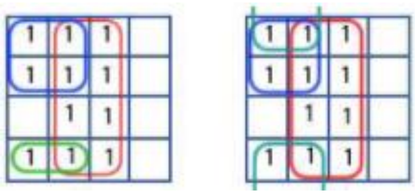
4) එක් කාණ්ඩයක් හැකි උපරිමයෙන් විශාල විය යුතුය.



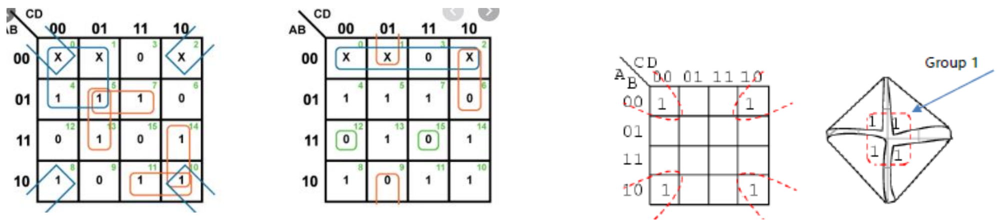
5) එක් අගයයක් කාණ්ඩ කළ නොහැකිව ඉතිරි වුව හොත් එය වෙනමම කාණ්ඩයක් ලෙස සැලකිය යුතුය



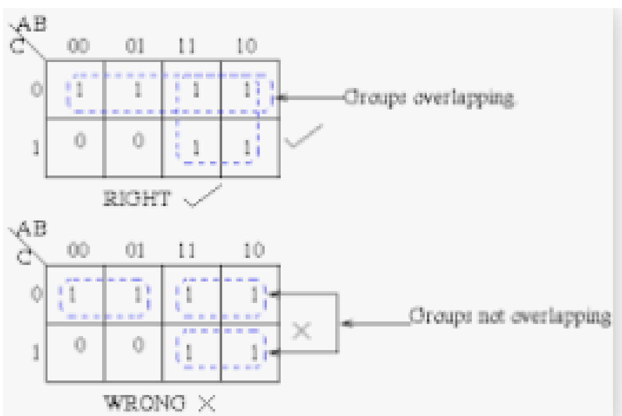
6) එක් අගයයක් කාණ්ඩ කිහිපයකට අයත් විය හැක.



7) එතීමට හැකිය - අන්ත වල සිරස්ව හා සිරස්ව ඇති කෝෂ පහත රූපවල දැක්වෙන ආකාරයට කාණ්ඩ කළ හැක.



8) සාදන කාණ්ඩ ගණන හැකිතාක් සීමා කළ යුතුය.

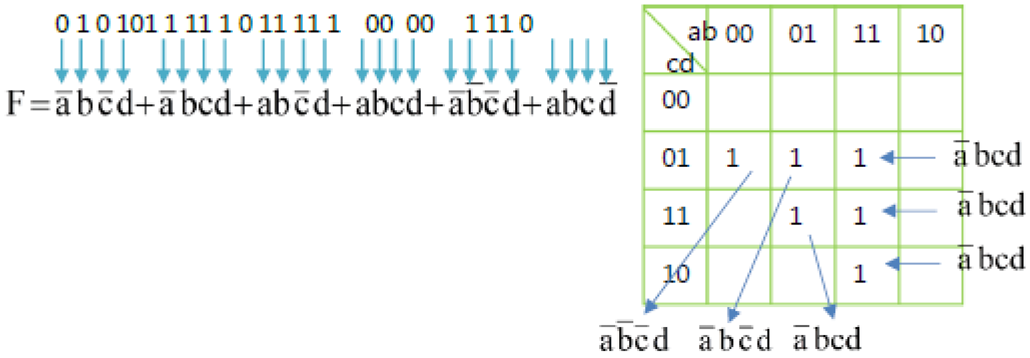


සැකසුම: බප/මීනු ඩඩ්ලි සේනානායක ම.වි (ඒ.ඒ.එල් සජීවනී විජේසේන)

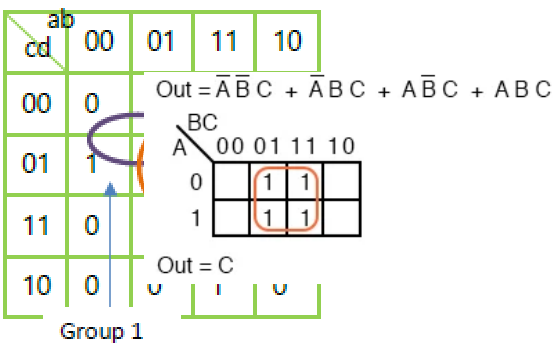
කානෝ සිතියම් භාවිතා කර බූලීය ප්‍රකාශනයන් සුළු කිරීම

විචල්‍ය හතරක් සහිත බූලීය ප්‍රකාශයක් කානෝ සිතියම් භාවිත කර පහත දැක්වෙන නිදර්ශනය සුළු කරමු. (මෙහිදී නාස්ත්‍යර්ථය සහිත විචල්‍ය බින්දුව ලෙසටත් මෙහි දී නාස්ත්‍යර්ථය රහිත විචල්‍ය එක ලෙසටත් සලකනු ලැබේ.)

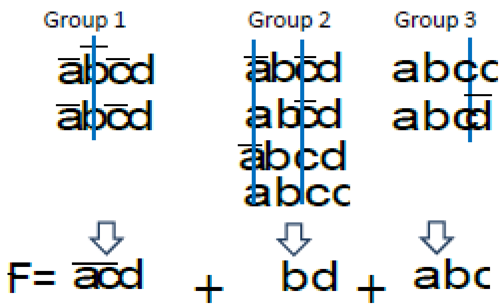
පියවර 1

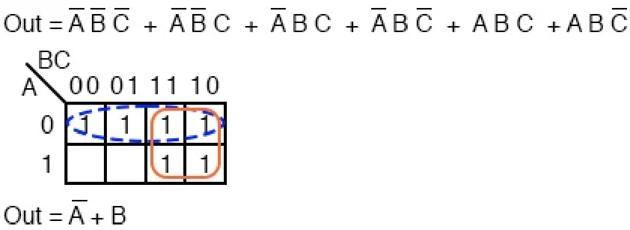


K-Map සුළු කිරීමේ පියවර 2 →කාණ්ඩ කිරීම



Step 3





සැකසුම: බප/මිනු ඩඩ්ලි සේනානායක ම.වි (ඒ.ඒ.එල් සජීවනී විජේසේන)